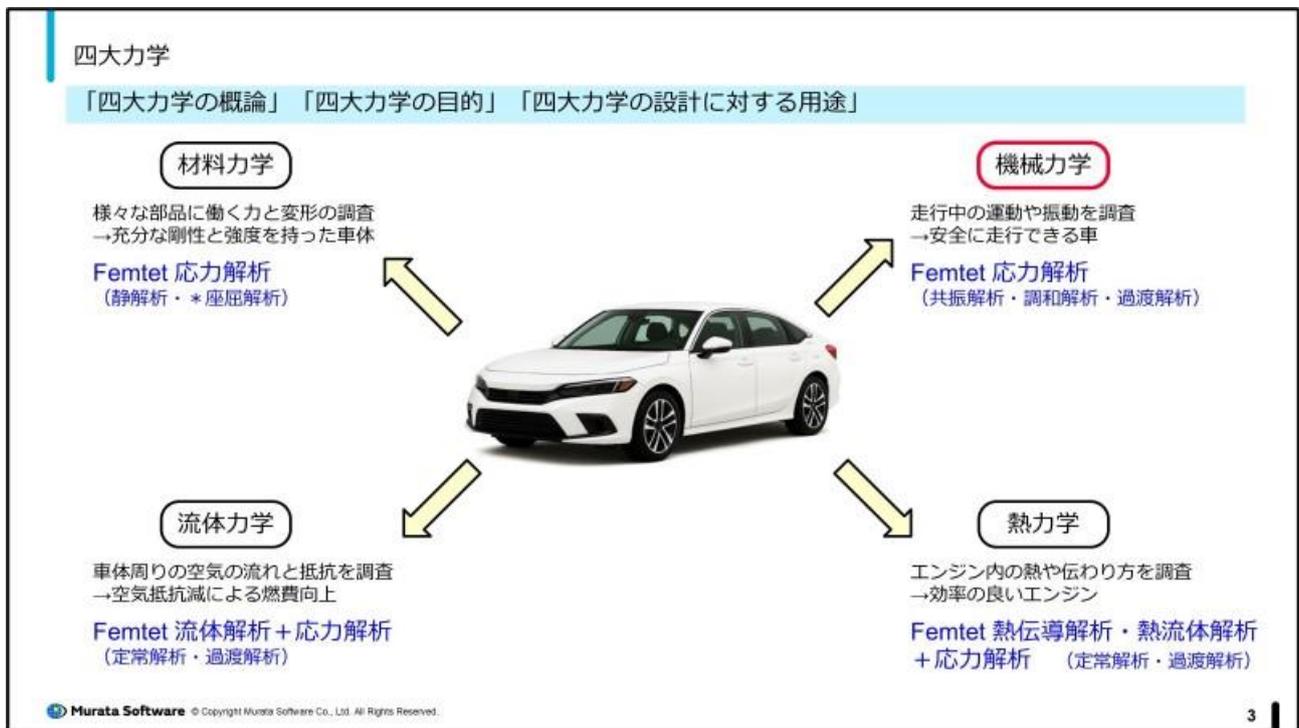


Femtet 応力解析入門（機械力学編）

目次

1 四大力学	P. 3
2 橋の自励振動：捩れフラッター	P. 4
3 モーダル解析・実験モード解析の目的	P. 5
4 振動の種類	P. 6
5 モーダル解析の歴史	P. 7
6 設計で活用される機械力学	P. 8
Femtet 応力解析事例「スピーカーグリルの最小固有振動数・変位モード比較解析」	
7. ①目的・概要	P. 9
8. ②解析条件	P.10
9. ③解析結果	P. 10 – P.11
10. ④結論	P.11
11 参考文献	P.11

1. 四大力学



機械工学は、力学分野のファミリーとして次の4つがあります。それは、「材料力学」「機械力学」「流体力学」「熱力学」です。

・材料力学

固体材料が外力を受けた際の変形や応力の状態を解析する学問です。部材の各部分にどのような力が作用し、どの程度の変形や破壊が生じるかを、理論と実験の両面から調べます。

・機械力学

材料を変形しない剛体として仮定し、機械構造や機構における力と運動の関係、振動や制御等の力学現象を解析する学問です。

・流体力学

自由に変形する流体（液体や気体）の運動や流れを解析する学問です。流れに関する学問と管路・噴流・翼列といった流体機械設計に関わる応用技術までを体系的に扱います。

・熱力学

熱やエネルギーの状態変化、移動、仕事への変換について体系的に扱う学問です。物体間の「熱のやり取り」や、「エネルギー変換効率」などを数値で記述します。熱力学は大きく分けて次の分野があります。熱や仕事はエネルギーの形態変化として相互に変換される「熱力学第一法則」所謂、「エネルギー保存則」、熱は高温から低温に自然に移動し、エネルギー利用には*不可逆性が伴う「熱力学第二法則」、そして、熱がどのような経路と速度で移動するかを扱う「熱移動学」所謂、「伝熱学」があります。

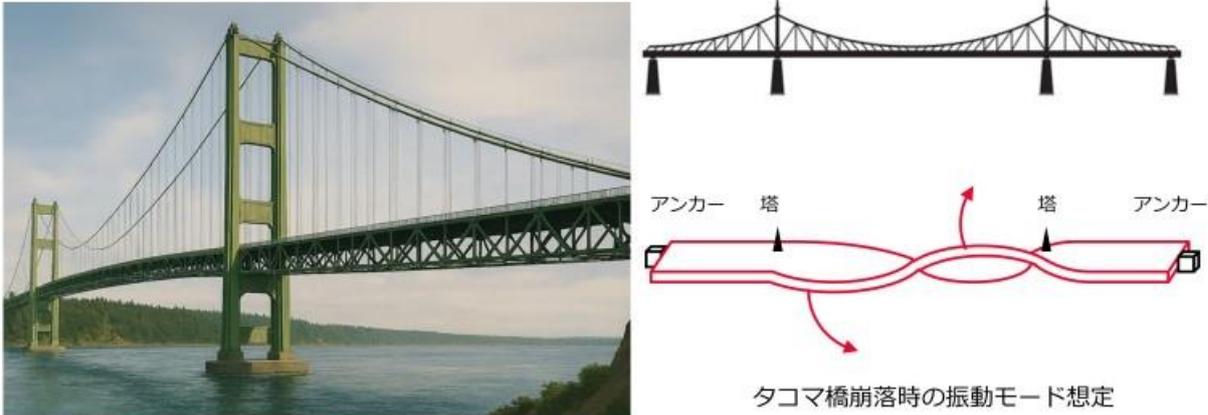
*不可逆性とはエントロピー増大を意味します。

2. 橋の自励振動：捩れフラッター

橋の自励振動：捩れフラッター

橋の自励振動：例) 米国ワシントン州のタコマ橋崩落 (1940年11月7日)

タコマ橋の概略図 <イメージ図>



<タコマ橋 (米国) 崩落映像 (「振動の世界」より)>

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved.

4

機械力学の解析領域では振動解析が最重要で、全体の中で大きな比率を占めると言われています。これは、設計や解析において振動現象が安全性・耐久性に直結する為、解析領域の中心的テーマになっているからと考えています。これは、アメリカ・ワシントン州のタコマ海峡を横断する吊り橋で実際に起きた出来事です。この橋は1940年7月1日に開通しました。全長：853m、幅：11.9mの当時では巨大な橋でした。橋は先進的技術者により設計されましたが、完成から僅か4ヶ月後の11月7日、崩落に至ります。

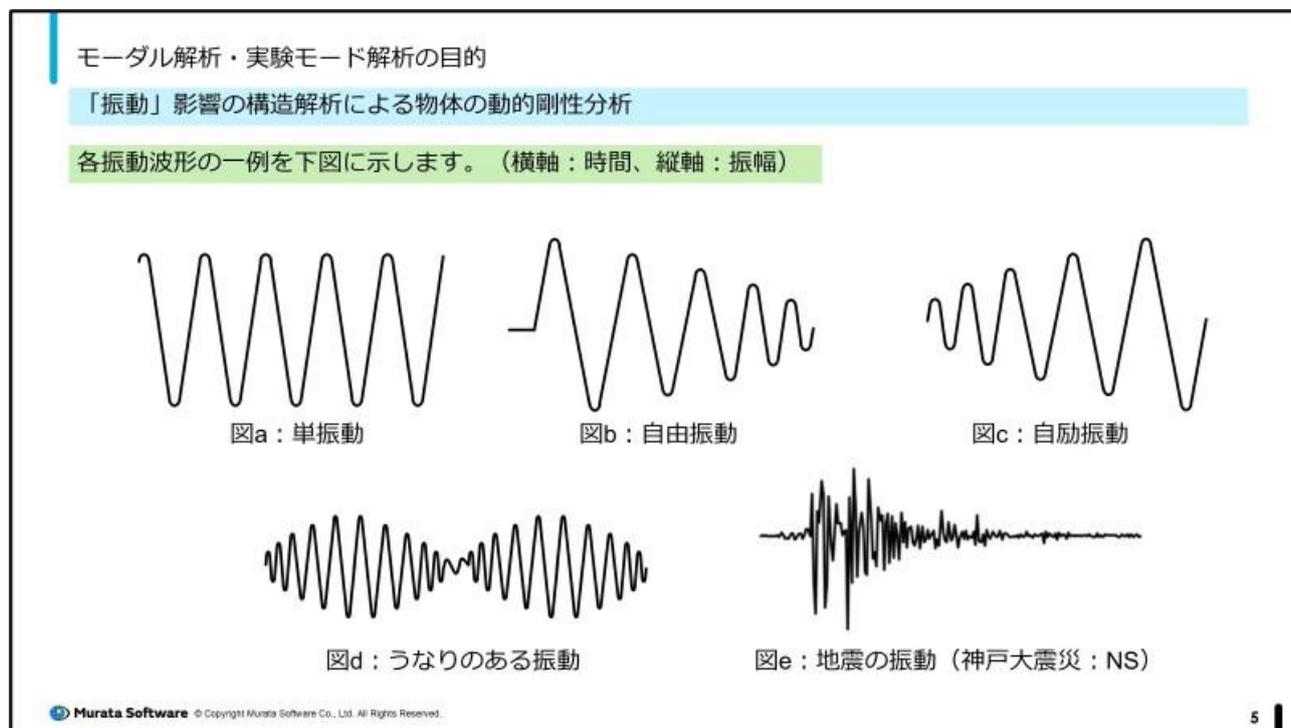
・崩落の状況

崩落当日、風速は僅か19m/sの横風でした。当初は橋に上下方向の小さな振動が発生していましたが、やがて、スパン中央を節として対称な変形モードを示す捩り振動が現れます。そして、振動は急速に大きくなり、橋床がひっくり返るような激しい動きとなります。この時の周期振動は14サイクル/分。異常な捩り振動が数回繰り返された後、橋は完全に崩落しました。

・原因と分析

主な原因は、ある風速以上になると橋の振動が時間とともに大きくなる自励振動(フラッター)です。フラッターとは、風力と構造物の運動が干渉し合い、外力がなくても振動が増幅していく現象です。この橋は、風速60m/s迄の静的荷重には十分耐えられる設計でした。しかし、風と構造物との相互作用によって発生する自励振動の影響は考慮されてなかったのです。これが、崩落の直接的な原因となりました。当初は「カルマン渦による強制共振」と考えられていましたが、2000年代に入り、詳細な数値解析と風洞試験が行われ、その結果、この倒壊の主要因は捩れフラッターによる自励振動であったことが明らかになったのです。

3. モーダル解析・実験モード解析の目的



振動（Vibration）とは、ある物体がその平均値（mean value）や平衡点（equilibrium point）を中心として、時間的に交互に変動する現象をいいます。

このような振動が機械構造物に生じると、

- (1) 騒音（noise）が発生する
- (2) 機械の性能低下を引き起こす
- (3) 繰り返し変形による材料疲労が進み、破損に至る場合がある

等の不具合を生じます。一方で、自動車などでは逆に、振動を活用または制御する例もあります。例えば、乗り心地改善のためにサスペンションや防振構造を組み込み、振動を緩和させています。人に個性があるように、機械振動にも個性があります。この個性を知るための方法のひとつが、振幅と時間の関係を記録した波形の観察です。波形観察は、機械の特性評価や健全性診断にとって非常に重要です。

以下に代表的な振動波形の例をご紹介します。縦軸は変位、横軸は時間です。

- (1) 図 a：単振動【外力を受けることなく、一定の周期で往復するシンプルな振動】
- (2) 図 b：自由振動【機械が衝撃を受けた後、時間経過と共に振幅が小さくなり消えていく振動】
- (3) 図 c：自励振動（self-excited vibration）【外力がなくても時間と共に振幅が大きくなる振動】
- (4) 図 d：うなり（beat）【異なる振動数の波が重なり、周期的に強弱が現れる現象】
- (5) 図 e：不規則振動【振幅や周期がランダムに変化する振動】代表例は地震の波形です。

4. 振動の種類

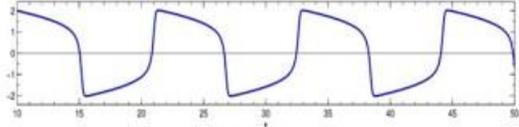
振動の種類

各種「振動」の概要

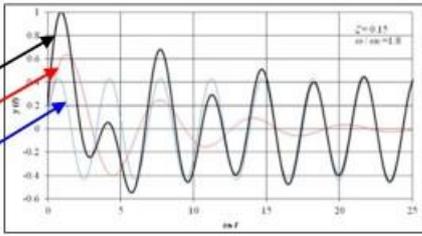
- (1) 自由振動 (サイン波形に近い)
 - ・ばねに吊るされた重りの振動
 - ・振り子
- (2) 弛緩振動
 - ・ $m\ddot{x} - C_1\dot{x} + C_2x^2 \cdot \dot{x} + kx = 0$
 - ファンデルポール方程式
- (3) 強制振動 (サイン波形)
- (4) 過渡振動
- (5) 自励振動
 - ・摩擦自励
 - ・流体関連自励
 - ・フィードバック自励
- (6) 係数励振振動



振り子時計

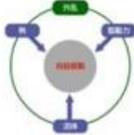


弛緩振動波形



過渡振動：自由振動 + 強制振動

<自励振動 (jst.go.jp)>



自励振動と係数励振振動

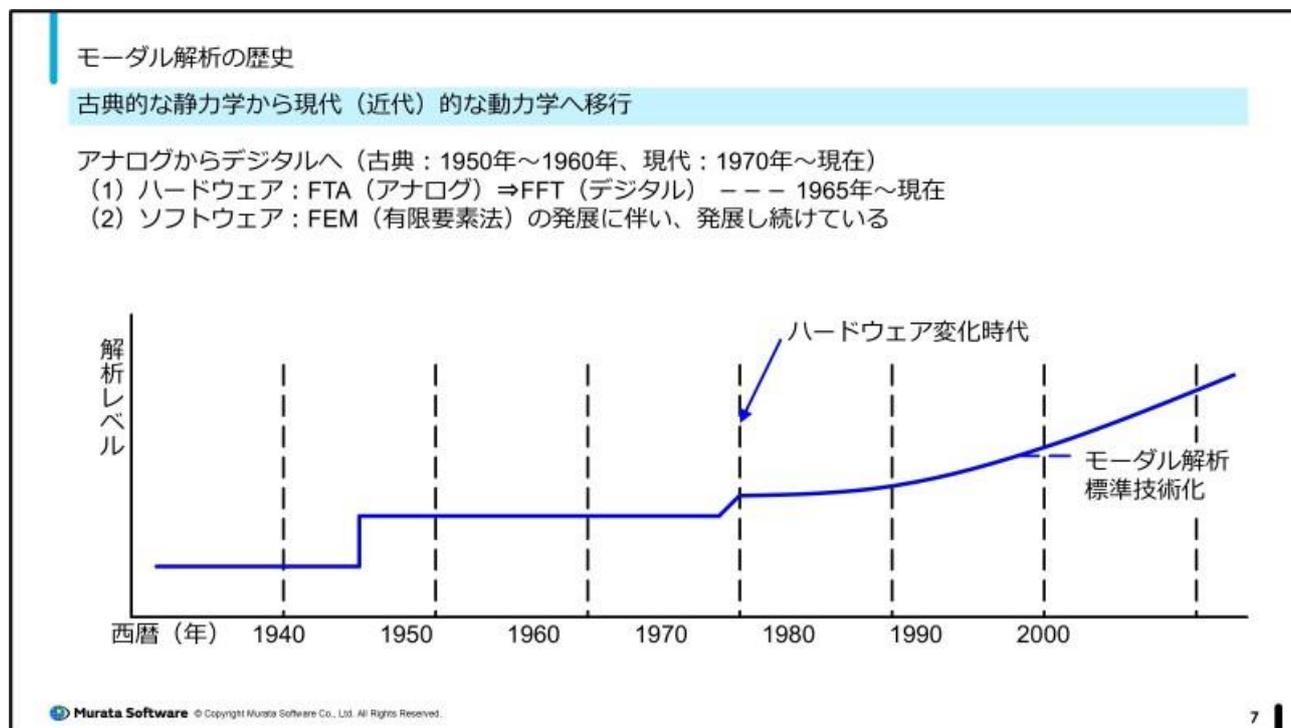
Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved. 6

振動には様々な種類があり、分類方法によって呼び方も変わります。以下は代表的な振動例です。

- (1) 自由振動【外力が加わらない状態で生じる振動】
サイン波形に近い形である。
例：ばねに吊るされた錘の振動、振り子の動き
- (2) 弛緩振動【鋸波や矩形波に近い波形の振動】
ファン・デル・ポール方程式でモデル化が可能である。
例：鹿威し（ししおどし）、水飲み鳥
- (3) 強制振動【外部から継続的に力が加わることで発生する振動】
サイン波形で現れることが多い。 例：エンジンの振動
- (4) 過渡振動【自由振動と強制振動が組み合わさった振動】
例：地震による建物の揺れ
- (5) 自励振動【摩擦、流体の作用、システムのフィードバックなどによって発生する振動】
例：タコマ橋崩落
- (6) 係数励振振動【振動系の内部パラメータが周期的に変化することで生じる振動】
例：漕ぎ手が重心位置を変化させるブランコ
：波によって復元力係数が周期的に変化する船の横揺れ

振動には外力や内部条件によって様々な発生メカニズムが存在することを理解しておきましょう。

5. モーダル解析の歴史



古典的な静力学から現代的な動力学へ：その必要性が注目され始めたのは、1960年代のことです。当時、古典的静力学の観点だけでは機械設計が困難になり、動的な視点が重要であるとの認識が広がりました。その中で登場したのが、実際の機械に動的外力を加え、その応答を計測する解析手法「モーダル解析」です。1965年頃までは、信号処理を行う計測機器はTFA（Transfer Function Analyzer）のアナログ型でした。しかし、デジタル技術とFFT（Fast Fourier Transform）の開発が進み、1969年には米国でFFT解析装置が市販化されます。続いて1973年、日本国内でも2チャンネル解析装置が登場しました。FFTのほかにも、

(1) AR（autoregressive／自己回帰）法

(2) ARMA（autoregressive moving average／自己回帰移動平均）法

といった時系列解析手法が導入され、多量のデータから伝達関数や質量・剛性分布の同定が可能になりました。この様に、フーリエ級数の理論がなければ、CAE（Computer Aided Engineering）の発展はなかったと言っても過言ではありません。近年では、実験的モード解析と数値解析の直接結合が大きく進み、有限要素法など計算量の多い解析も容易に扱えるようになってきています。これは「シミュレーションの標準化」への一歩です。但し、注意すべき点があります。

コンピュータが出力したものを盲目的に信用してはいけないということです。なぜなら、荷重条件や拘束条件など、入力するパラメータは人が考えて設定するものだからです。

6. 設計で活用される機械力学

設計で活用される機械力学

実験モード解析は有限要素法と組み合わせることによって、より効率的な構造変更が可能となる



自動車の実験モード解析<イメージ図>

自動車の車体構造における実験モード解析は、実際の振動特性や固有振動数を高精度で把握できる。

有限要素法（FEM）を組み合わせることで、以下のようなメリットが得られる。

- (1) 高精度なモデル化
- (2) 効率的な構造変更
- (3) コスト削減
- (4) NVH性能の向上
- (5) 設計の信頼性向上

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved.

8

自動車の車体構造における実験モード解析は、実際の振動特性や固有振動数を高精度で把握できる手法です。これに有限要素法（FEM）を組み合わせることで、以下のようなメリットが得られます。

(1) 高精度なモデル化

実験モード解析で得られた実測データを FEM モデルに反映することで、解析モデルの精度向上が図れます。これにより、設計段階での予測と実機挙動の乖離を最小化できます。

(2) 効率的な構造変更

FEM によるシミュレーションで複数の設計案を迅速に評価できる為、試作回数を減らし、開発期間を短縮できます。又、実験データを基準にすることで、変更の効果を確実に予測可能です。

(3) コスト削減

実験のみで構造最適化を行う場合、試験設備や試作車両のコストが大きくなります。FEM との併用により、試験回数を減らし、コストを大幅に削減できます。

(4) NVH 性能の向上

振動・騒音（NVH）対策において、実験モード解析で得られたモード形状と FEM 解析結果を比較することで、共振回避や剛性改善を効率的に実施できます。

(5) 設計の信頼性向上

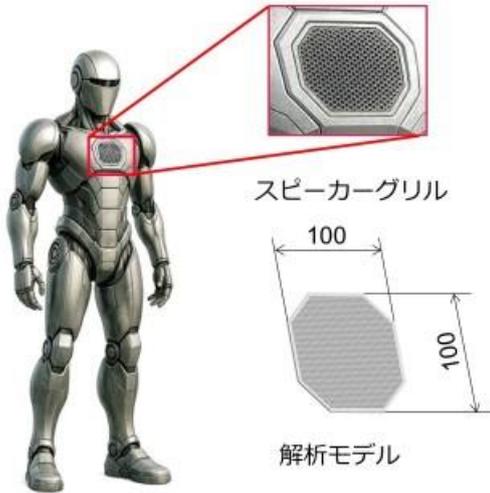
実験と解析の両面から検証することで、設計の妥当性が高まり、量産後の不具合リスクを低減できます。このような「実測データでモデルを補正し、シミュレーションで設計を最適化する」というハイブリッドアプローチは、自動車開発において非常に有効です。

7. Femtet 応力解析事例「スピーカーグリルの最小固有振動数・変位モード比較解析」

① 目的・概要

目的・概要

ヒューマノイド用スピーカーグリル設計における音響特性検討（材料：PC vs. SPCC、PCでのリブ有無）



スピーカーグリル

解析モデル

ヒューマノイド<イメージ図>

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved.

9

スピーカーグリルは音の透過性だけでなく、構造振動による共振や歪が音質に影響する。特にヒューマノイド等では、筐体の制約・軽量化設計によりグリルの剛性不足が共振を引き起こし、音声認識や発話品質に悪影響を与える。以上から、CAEによる振動解析は、固有値解析や剛性設計最適化に不可欠である。

- (1) 音質への影響
- (2) 構造強度と耐久性
- (3) 周囲への影響（騒音・共振）
- (4) 軽量化と剛性のバランス
- (5) 解析内容（固有振動数、変位モード）

・音響機器等で使用するスピーカーグリルの固有値比較解析

(1) 音質への影響

スピーカーグリルの共振や不要な振動は、音の歪みやノイズを発生させる可能性があります。特にヒューマノイドでは音声認識や自然な発話が重要なので、音質劣化は避けるべきです。

(2) 構造強度と耐久性

ロボットは移動や動作時に振動や衝撃を受けます。グリルが共振しやすい構造だと破損や緩みの原因になります。

(3) 周囲への影響（騒音・共振）

振動が筐体や他の部品に伝わると、不要な騒音や部品の摩耗を引き起こすことがあります。

(4) 軽量化と剛性のバランス

ヒューマノイドでは軽量化が求められる為、グリルの材質や形状を最適化する際に振動解析が不可欠です。

・解析のポイント

(1) 固有振動数解析：スピーカー動作周波数帯とグリルの固有振動数が近いと共振が起きやすい。

(2) モード解析：どの部分が振動しやすいかを把握し、補強や形状変更を検討。

尚、最終的には、音響と構造の連成解析により、音圧と構造振動の相互作用を評価することも重要ですが、今回は上記2点に着目して、解析を実行します。

8. Femtet 応力解析事例「スピーカーグリルの最小固有振動数・変位モード比較解析」

② 解析条件

解析条件

解析ソルバ：応力解析、解析タイプ：共振解析、材料：PC（リブ無し・リブ有り）、SPCC（リブ無し）、t1.2、拘束条件：スピーカーグリル外周面を固定（X、Y、Z：変位拘束）、対称条件：1/4モデルの両端面

<アイソメトリック視点> <裏視点> <アイソメトリック視点> <裏視点>

リブ無し リブ有り

解析モデル（1/4モデル）概略図

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved. 10

9. Femtet 応力解析事例「スピーカーグリルの最小固有振動数・変位モード比較解析」

③ 解析結果

解析結果

PC（リブ無し）の最小固有振動数はSPCCの約1/4、PC（リブ有り）は約1/3になる。又、変位モードはスピーカーグリルの中心が最大変位となることが解る。

SPCC、PC（リブ無し）、PC（リブ有り）の共振解析結果 *変位モード：Free scale

仕様	[A] PC（リブ無し）	[B] PC（リブ有り）	[C] SPCC	Range
コンター図 (変位モード)				
最小固有振動数	262.3 (Hz)	342.5 (Hz)	980.4 (Hz)	
重量	2.3 (g)	3.1 (g)	15.3 (g)	

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved. 11

SPCC の最小固有振動数に対し、PC（リブ無し）は約 1/4、PC（リブ有り）は約 1/3 になり、変位モードに関しては、スピーカグリルの中心が最大変位となることが解ります。

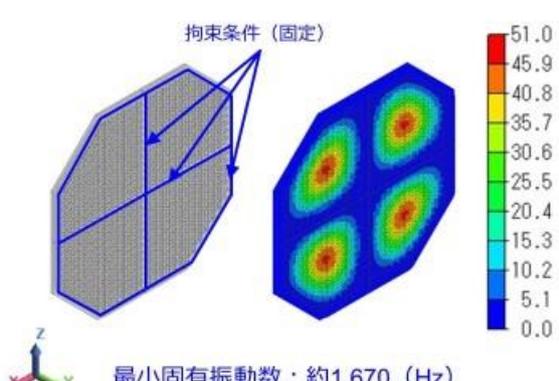
但し、SPCC の重量は、PC（リブ有り）に対して約 5 倍、SPCC の材料費は、PC の約 10 倍となる為、軽量化やコストを考慮すれば、PC の方が優位になります。

10. Femtet 応力解析事例「スピーカグリルの最小固有振動数・変位モード比較解析」

④ 結論

結論

ヒューmanoイドのスピーカグリルを設計する際には、発する音と受ける音の両方を考慮する必要がある。通常、男性の音声周波数は110 Hz ~ 150 Hz、女性の音声周波数は85 Hz ~ 250 Hzの範囲に収まる。しかし、特別な音声訓練を受けた場合は高音域で300 Hzまで上がる。更に、合唱におけるソプラノは約880 Hz、独唱における高音では約1,398 Hzを出す歌手も報告されている。



拘束条件（固定）

最小固有振動数：約1,670（Hz）

【D】拘束箇所追加のPC（リブ有り）

最小固有振動数：a（Hz）	許容限度	タイプ	評価
$0 \leq a < 250$	一般男性	-	×
$250 \leq a < 300$	一般女性	【A】	△
$300 \leq a < 900$	会話	【B】	○
$900 \leq a < 1400$	音楽（合唱）	【C】	○
$1,400 \leq a$	音楽（独唱）	【D】	◎

【A】は通常の会話で共振することは無いが、不十分
【B】は会話のみで使用可能
【C】は音楽（合唱）も使用可能
【D】は殆どの環境下で使用可能

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved. 12

ヒューmanoイドのスピーカグリルを設計する際には、発する音と受ける音の両方を考慮する必要がある。通常、男性の音声周波数は 110 Hz ~ 150 Hz、女性の音声周波数は 85 Hz ~ 250 Hz の範囲に収まります。しかし、特別な音声訓練を受けた場合は、高音域で 300 Hz まで上がります。更に、合唱におけるソプラノは約 880 Hz、独唱における高音では約 1,398 Hz を出す歌手も報告されています。以上のことから、スピーカグリルタイプ【A】は通常の会話であれば、共振する可能性は低いですが、十分とは言えません。人の会話だけの環境であったとしても【B】のようなリブ追加は必要と考えています。更に、音楽を流す場合は【C】や【D】も検討する必要があります。尚、固有振動数と動剛性の関係は次式となり、板厚を増やすと重量も増すことから効果が低い為、リブ追加を【B】案としています。

$$\text{固有振動数} : f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad f_n : \text{固有振動数}, k : \text{剛性}, m : \text{質量}$$

11. 参考文献

日本モーダル解析協議会 会長／中央大学名誉教授 大久保信行先生の日本機械学会発表内容



ムラタソフトウェア株式会社

muRata

試用版は弊社のホームページからお申込みいただけます。

<https://www.muratasoftware.com/trial/starter/>