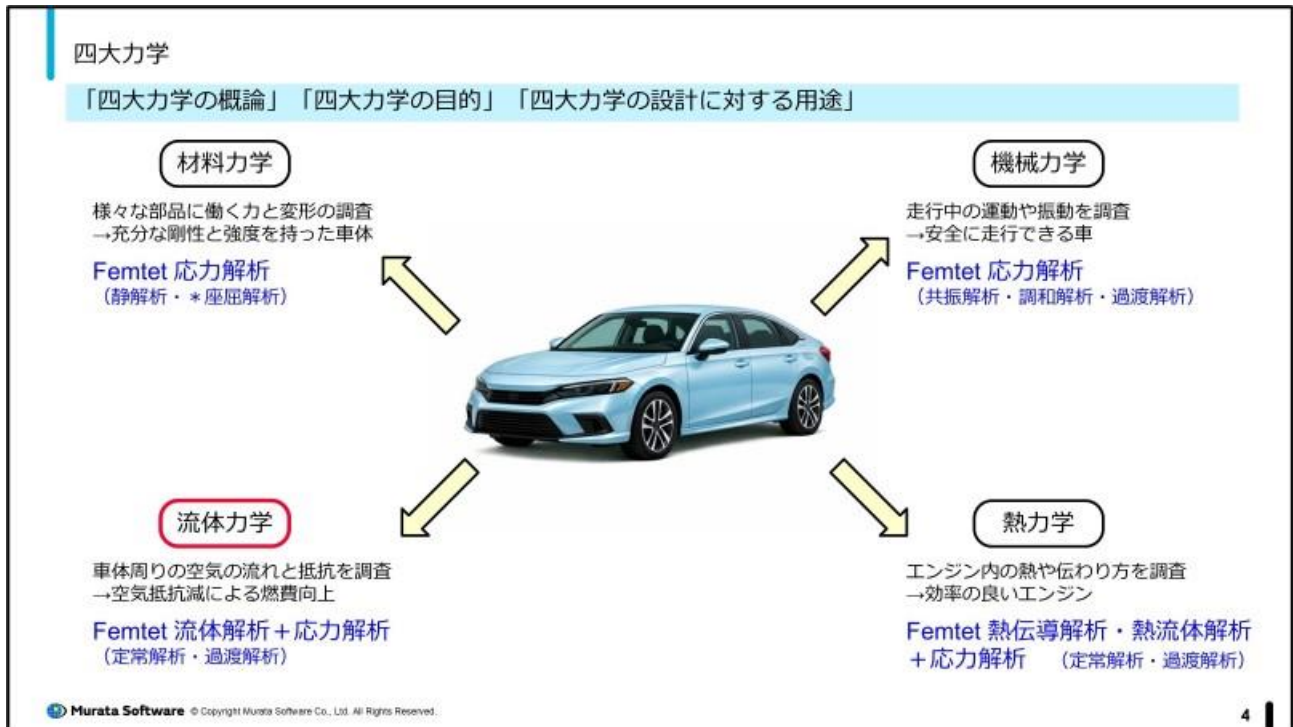


Femtet 入門（流体力学編）

目次

1	四大力学	P. 3
2	流体とは何者か（流体のイメージと特徴）	P. 4
3	流体の基本物性（密度・圧力・粘性）	P. 5
4	流れの見方と分類（層流・乱流・定常・非定常）	P. 6
5	流体の基本方程式（運動方程式）	P. 7
6	代表的な流れの例（ベルヌーイ・境界層）	P. 8
7	流体力学の応用（航空・配管・気象等）	P. 9
8	参考文献	P. 9

1. 四大力学



機械工学は、力学分野のファミリーとして次の4つがあります。それは、「材料力学」「機械力学」「流体力学」「熱力学」です。

・材料力学

固体材料が外力を受けた際の変形や応力の状態を解析する学問です。部材の各部分にどのような力が作用し、どの程度の変形や破壊が生じるかを、理論と実験の両面から調べます。

・機械力学

材料を変形しない剛体として仮定し、機械構造や機構における力と運動の関係、振動や制御等の力学現象を解析する学問です。

・流体力学

自由に変形する流体（液体や気体）の運動や流れを解析する学問です。流れに関する学問と管路・噴流・翼列といった流体機械設計に関わる応用技術までを体系的に扱います。

・熱力学

熱やエネルギーの状態変化、移動、仕事への変換について体系的に扱う学問です。物体間の「熱のやり取り」や、「エネルギー変換効率」などを数値で記述します。熱力学は大きく分けて次の分野があります。熱や仕事はエネルギーの形態変化として相互に変換される「熱力学第一法則」所謂、「エネルギー保存則」、熱は高温から低温に自然に移動し、エネルギー利用には*不可逆性が伴う「熱力学第二法則」、そして、熱がどのような経路と速度で移動するかを扱う「熱移動学」所謂、「伝熱学」があります。
*不可逆性とはエントロピ増大を意味します。

2. 流体とは何者か（流体のイメージと特徴）

流体とは何者か

「流体力学は流れる物体を取り扱う力学」「理想流体と実在流体」「連続流体と不連続流体」

流れの分類：空気の流れ（雲や風）、煙、水の流れ（川）



流体力学は、気象学、海洋学、航空工学、交通工学、河川工学、都市工学など我々の生活や安全に関わるといへん広い分野の基本理論となっている。

飛行機の発達は流体力学の成果であり、スペース・シャトルがエンジンなしで大気圏外からピンポイントの地表へ帰還できるのもその一つである。

また、近年の大気・海洋汚染および地球温暖化などのプロセス解明にも大きな役割を果たしている。

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved. 5

流体力学は流れる物質を取扱う学問であり、その対象は主に液体と気体です。流れはニュートン力学を基礎とした現象ですが、液体と気体とは本質的に異なる性質を有しています。気体は構成する分子が空間を自由に運動している為、分子間の隙間が大きいのに対し、液体は分子同士が緩やかに結合した状態にある為、分子同士の隙間はほとんどありません。その為、気体は圧縮すると体積や密度が大きく変化しますが、液体では圧縮しても体積や密度はほとんど変化しません。このことから、一般に気体は圧縮性を有する流体であり、液体は圧縮性をほとんど持たない流体とみなされます。実在流体とは、日常生活で身近に見られる流体のことであり、水や油、空気などが代表的な実在流体です。例えば、流れる小川を観察すると、川岸付近では流速が遅く、岸から離れるにつれて流速が増加していることが分かります。また、その流れの中には渦の発生も見られます。これらの現象は、流体が粘性を有していることによって生じるものであり、実在流体の重要な特性です。これに対して、理想流体とは、粘性を持たず、かつ圧縮できない流体として定義されます。理想流体では粘性が存在しない為、流体内部や流体と固体表面との間に摩擦が生じず、剪断力が作用しません。その結果、渦が発生することはなく、流れの中に置かれた物体には抵抗力（抗力）が作用しないこととなります。なお、気体は液体や固体とは異なり、圧力の変化によって密度が大きく変化します。気体は構成分子がランダムに運動する集団であり、分子間には大きな隙間が存在します。しかし、流体力学では、こうした分子レベルの不連続性を直接扱うのではなく、気体であっても連続体として近似し、解析を行います。

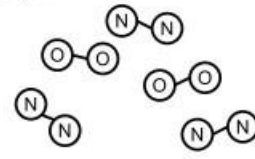
3. 流体の基本物性（密度・圧力・粘性）

流体の基本物性


「密度の違い（空気 vs. 水）」「粘性の大小（水 vs. 油）」

粘性があることによって空気よりもはるかに重い飛行機が空中を飛行できる


$\mu \sim \rho a \lambda$



空気分子構造



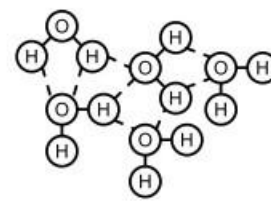
水と油の粘性



飛行機

空気と水の粘性係数： μ と動粘性係数： ν （圧力：0.1 MPa）

温度 (°C)	空気		水	
	$\mu(\text{Pa}\cdot\text{s}) \times 10^{-3}$	$\nu(\text{m}^2\text{s}^{-1}) \times 10^{-6}$	$\mu(\text{Pa}\cdot\text{s}) \times 10^{-3}$	$\nu(\text{m}^2\text{s}^{-1}) \times 10^{-6}$
0	1.71	1.32	1.79	1.79
20	1.81	1.50	1.00	1.00
40	1.90	1.69	0.65	0.66
80	2.09	2.09	0.36	0.37



水分子構造

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved. 6

気体の分子運動論によれば、分子が他分子に衝突するまでの平均的な距離である平均自由行程： λ 、分子の平均熱運動速度（音速と同程度のオーダー）： a 、と密度： ρ を用いて、粘性係数： μ を表すことができます。定性的には、次式になります。

【 $\mu \sim \rho a \lambda$ 】

平均自由行程： λ は圧力に反比例し、密度： ρ は圧力に比例します。一方、音速： a は理想気体では圧力に依存せず、温度の平方根に比例します。この為、一定温度の下では気体の粘性係数は圧力にほとんど依存しないという特性を持ちます。流体が物体表面を流れると、流体分子と固体表面の分子との相互作用により、流体分子の運動が制約されます。その結果、物体表面近傍では流速が低下し、流体内部に速度勾配が生じます。これにより、剪断力（粘性力）が発生します。流体は無数の分子から構成されており、各分子は互いに衝突を繰り返しながら移動しています。管内流れの場合、分子は管壁とも相互作用を行い、その過程で運動量とエネルギーの散逸が生じます。このエネルギー損失が、巨視的には粘性による圧力損失として現れます。音速： a は温度の平方根に比例して増加する為、気体の粘性係数も温度上昇とともに増加します。ところが、液体の粘性は逆で、油に見られるように温度が低いと高く、温度が上昇すると低下します。このように、気体と液体では粘性の温度依存性が逆であることも、流体力学を理解する上で難しさを生む一因となっています。その一方で、粘性の存在によって翼まわりに循環と圧力差が形成され、空気よりもはるかに重い飛行機が空中を飛行できることも理解しておく必要があります。

4. 流れの見方と分類（層流・乱流・定常・非定常）

流れの見方と分類

「レイノルズ数で層流と乱流の境界を判断（流速乱れが発生するのは、臨海レイノルズ数：2310以上）」

流線・流跡線・流脈線

レイノルズの実験

流線・流跡線・流脈線

レイノルズ数： $R_e = \frac{\rho v d}{\mu}$
 $R_e < 2310$ ----- 層流
 $R_e > 2310$ ----- 乱流
 臨海レイノルズ数： $R_{ec} = 2310$

出典<レイノルズ 実験 - 検索> 7

川の流れは、川幅が広いところでは流速が遅く、穏やかである為、乱れはほとんど見られません。一方、川幅が狭くなると流速が速くなり、流れに乱れが発生します。1884年、レイノルズは水槽の壁面からガラス管を通して水を流す実験を行い、流れに乱れが発生する条件を明らかにしました。本図は、レイノルズの実験を示した概略図です。

ガラス管の内径を d 、流速を v 、流体の密度を ρ 、粘性係数を μ とすると、流体の乱れの発生は、これら d 、 v 、 ρ 、 μ に関係していることが判りました。これらの関係をレイノルズ数： R_e として整理すると、流れに乱れが発生するのは R_e が約2310を超えた領域であり、それ以下の領域では流れは層流となります。そして、この値2310を臨界レイノルズ数： R_{ec} と定義します。

・流れの可視化方法について以下に示します。

① 流線 (Streamline)

ある瞬間における速度ベクトルを滑らかにつないだ線であり、時間は固定されています。

② 流跡線 (Path line)

1つの粒子が時間とともに移動した軌跡です。

粒子に色付き点を付与すると、時間の経過が視覚的に分かります。

③ 流脈線 (Streak line)

一定位置から連続的に放出された粒子の集合を結んだ線です。染料を注入したときに観察される流れに相当します。非定常流では、流線とは異なる形状になることが分かります。

5. 流体の基本方程式（運動方程式）

流体の基本方程式

「質量保存の法則」「運動量保存の法則」「エネルギー保存の法則」

ナビエ・ストークスの運動方程式からオイラーの運動方程式へ

- ・質量保存の法則

$$(A + \Delta A)(u + \Delta u)(\rho + \Delta \rho) = A u \rho + \Delta(A u \rho)$$

$$\frac{\Delta(s\rho A)}{\Delta t} = -\Delta(Au\rho) \quad \left(\begin{array}{l} A : \text{断面積} \\ u : \text{流速} \\ \rho : \text{密度} \end{array} \right)$$

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(Au\rho)}{\partial s} = 0$$
- ・運動量保存の法則

$$m_1 u_1 + p_1 A_1 = m_2 u_2 + p_2 A_2$$

$$\left(\begin{array}{l} A : \text{断面積} \\ u : \text{流速} \\ m : \text{質量重量/t} \\ p : \text{圧力} \end{array} \right)$$
- ・エネルギー保存の法則

流体の運動方程式は、運動量保存則より導かれる。
 ニュートンの力(F) = 質量(m) × 加速度(α)
 = 外力(f) + 圧力(-∇P) + 粘性力(μ∇²u)

ナビエ・ストークスの運動方程式は流体力学において万能とされているが、あらゆる流れに対応するために数値計算モデルの設定に時間と労力が必要になる。そこで、オイラーの運動方程式では、流れの概要を把握するために粘性を無視している。それにより、一次元の定常流れを表すオイラーの運動方程式は以下のようにシンプルな式にすることが出来る。

$$u du/dx = -(1/\rho) dp/dx$$

液体の流れ 気体の流れ（低速） 気体の流れ（高速）

運動 + 位置 + 圧力 運動 + 圧力 運動 + 圧力 + 熱

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved. 8

・質量保存の法則

水道から浴槽に水を入れたとき、蛇口からの供給量と浴槽に溜まる水の量は同じになります。また、蛇口を閉め忘れて浴槽から水が溢れている場合、蛇口からの供給量と溢れ出た水の量も同じになります。これを質量保存の法則といいます。水の場合は体積も同様に保存される為、体積保存の法則が成り立ちます。一方、高圧の気体は圧力によって体積が変化する為、体積保存の法則は成り立ちませんが、質量は変化しない為、質量保存の法則は成り立ちます。

・運動量保存の法則

断面積が変化している水平に置かれた管内を流れる水は、狭い部分では速く、広い部分では遅く流れます。また、圧力は単位面積当たりに作用する力である為、断面積AではpAが力になります。そして、流体の運動量はmu + pA =一定となります。これを運動量保存の法則といいます。

・エネルギー保存の法則

流体は流れることによって温度が変化することがある為、熱エネルギーも変化します。更に、圧力も変化する為、圧力によるエネルギーも変化します。しかしながら、流れが変化しても全体のエネルギーは保存されます。これをエネルギー保存の法則といいます。

★ 尚、ナビエ・ストークスの運動方程式は流体力学では万能とされていますが、残念ながら、あらゆる流れに対応するための数値計算モデルの設定に、時間と労力が必要になるという欠点がある為、粘性を無視したオイラーの運動方程式への変換方法も示しておきます。

6. 代表的な流れの例 (ベルヌーイ・境界層)

代表的な流れの例

「ベルヌーイの定理」「境界層」

オイラーの式からベルヌーイの式へ

・ベルヌーイの定理

$$\frac{1}{2}\rho u^2 + p + \rho gz = \text{一定}$$

(ρgh : 位置エネルギー)
($\frac{1}{2}\rho u^2$: 運動エネルギー)
 p : 圧力エネルギー)

・境界層

抗力: $D = C_D \frac{\rho U^2}{2} S$

揚力: $L = C_L \frac{\rho U^2}{2} S$

(C_D : 抗力係数)
(C_L : 揚力係数)
 $S = (c \times b)$: 翼面積)

・オイラーの運動方程式⇒ベルヌーイの式への変換

オイラーの式は流線: s に沿って表すと、次式になる。

$$\rho u \frac{du}{ds} = -\frac{dp}{ds} + \rho g_s$$

上記式を変形すると次式になる。

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{u^2}{2} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} + g_s$$

流体の密度が圧力によって変化するものと想定して、流線: s に沿って積分すると、次式になる。

$$\frac{u^2}{2} + \int \frac{1}{\rho} dp + gz = \text{一定}$$

これは密度が変化する場合のベルヌーイの式である。また、密度が一定の流れでは次式になる。

$$\frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = \text{一定}$$

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved. 9

ベルヌーイの定理は、オイラーの運動方程式を基礎として導かれる流線に沿った運動量保存の法則と捉えることができます。速度: v で運動する質量: m のボールは $m \cdot v^2$ に比例した運動エネルギーを有し、地表からの高さを z とすると、 m と z に比例した位置エネルギーを持ちます。したがって、ボールが有する全エネルギーは運動エネルギーと位置エネルギーの和で表されます。これに対し、連続的に流れる液体が流速: u で運動している場合のエネルギーを考えてみます。流体には、常に圧力が作用しており、その圧力による力が流体を移動させることにより、エネルギーが生じます。これを圧力エネルギーと呼びます。

熱エネルギーが変化しないと仮定すると、流線に沿った流体の全エネルギーは、位置エネルギー、運動エネルギー、圧力エネルギーの和として一定に保たれます。これがベルヌーイの定理です。ただし、この定理は、圧縮性の影響が無視できない流れ、粘性の効果が支配的な流れ、更に乱れが発生して流線が定義できない流れには適用できません。

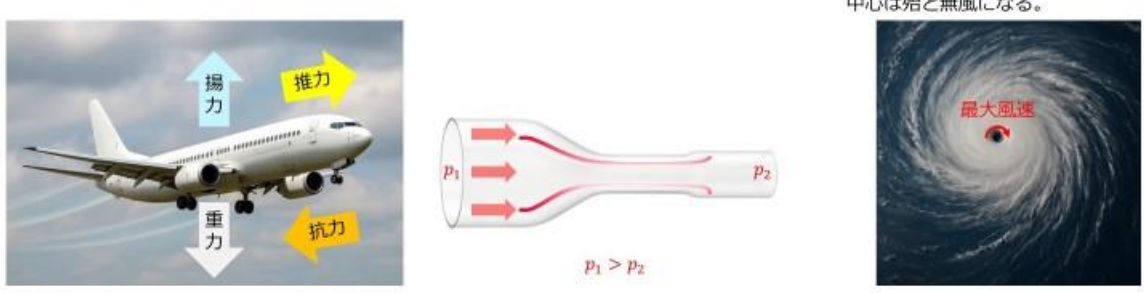
1904年、ルートヴィヒ・プラントルは、「高レイノルズ数流れでは、粘性の影響は物体表面近傍の薄い層に集中する」という画期的な概念を提唱しました。この薄い層は境界層と呼ばれ、粘性によって生じるものであり、理想流体には存在しません。物体表面近傍に生じる大きな速度勾配が摩擦力の原因であることが明確にされ、境界層を解析することで圧力分布が求まり、抗力や揚力の評価が可能となりました。そして、ナビエ・ストークス方程式は簡略化されて、流れの特性が把握できるようになりました。

7. 流体力学の応用（航空・配管・気象等）

流体力学の応用

「飛行機の揚力」「配管の圧力損失」「台風の渦」

流体力学の理論が活用される例を示す



飛行機に活用される流体力学理論

配管等に活用される流体力学理論

台風の渦

台風の中心は低圧、外側は高圧であり、中心は殆ど無風になる。

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved.

10

最後に、流体力学がどのように応用されているかについて、「飛行機の揚力」「配管の圧力損失」「台風の渦」を例に解説します。飛行機が空中を飛行できるのは、空気の粘性によって翼の周囲に循環が生じ、上下で圧力差が発生することで揚力が生まれるためです。同時に、粘性の影響により抗力も発生します。配管内を流れる流体では、管内摩擦による圧力損失や管径の変化に伴う加速・減速によるエネルギー損失によって、流れ方向に沿って圧力が徐々に低下していく様子が観察されます。一方、台風の渦では渦の中心、即ち台風の目は低圧となり、その外側は高圧になります。これは、周囲の空気が中心に向かって流れ込み、回転しながら集まることで、中心部の圧力が低下するためです。この「中心低圧・外側高圧」は台風の基本的な構造です。また、台風における風速分布は、中心付近では非常に遅く、ほぼ無風となり、中心のやや外側で最大風速となった後、外側に向かうにつれて再び遅くなります。数学的な理想渦モデルでは中心で速度が最大になりますが、現実の台風では、地表摩擦、上昇流、渦構造の乱れといった影響が支配的となるため、中心は静穏となり、少し外側で最大風速が現れます。これは、台風が理想的な渦ではなく、粘性をもつ現実の渦であることを示しています。このように、流体力学は身近な現象から大規模な自然現象に至るまで、さまざまな場面で活用できる学問であることが分かります。

Femtet の例題 4「強制流出ファンの解析」では空気の流れ、例題 5「円柱周りの流れの過渡解析」ではカルマン渦現象をシミュレーションしているので、参考で紹介しておきます。

8. 参考文献

(独) 産業技術総合研究所の研究顧問 久保田浪之介先生著『トコトンやさしい流体力学の本』



ムラタソフトウェア株式会社

muRata

試用版は弊社のホームページからお申込みいただけます。

<https://www.muratasoftware.com/trial/starter/>