

Femtet 入門：モーダル解析の基礎と解析事例

目次

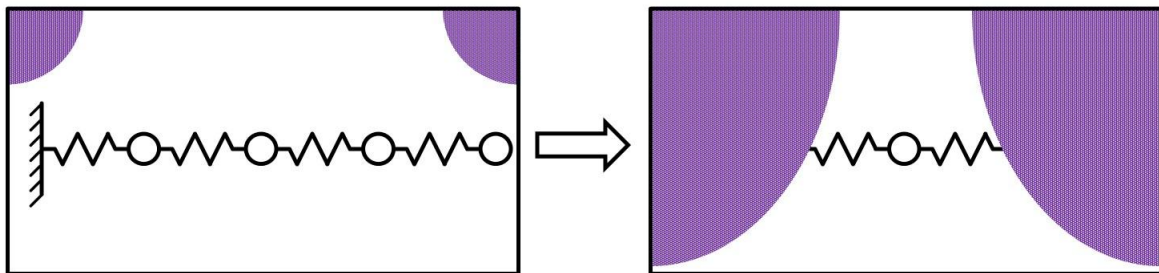
・座学

1	モーダル解析とは? -----	P. 3
2	固有振動数とは? -----	P. 4
3	モーダル解析の本質「分解と再構成」 -----	P. 5
4	共振振動による事故事例 -----	P. 6
	・Femtet 解析事例「ファンブラケットの形状・板厚違いによる固有振動数解析比較」	
5	(1) 目的・概要 -----	P. 7
6	(2) 解析条件 -----	P. 8
7	(3) 変位モード・固有振動数の比較 -----	P. 9
8	(4) 結論 -----	P. 10

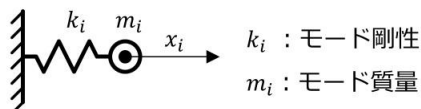
1. モーダル解析とは？

モーダル解析とは？

モーダル解析の物理的意味の概略を示す。（非減衰自由振動：連成振動タイプ⇒単振動タイプ）



この物理的意味は？



k_i : モード剛性
 m_i : モード質量

$$m_i \ddot{x}_i + k_i(x_i - x_{i-1}) + k_{i+1}(x_i - x_{i+1}) = 0$$

この様に見るのがポイント!!

$$\text{固有モード} \begin{cases} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_i \\ \vdots \\ \phi_n \end{cases} \quad \begin{cases} k_i/\phi_i : \text{等価剛性} \\ m_i/\phi_i : \text{等価質量} \end{cases}$$

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = 0 \quad [q_i : \text{振幅}, \omega_i : \text{固有振動数}]$$

モーダル解析とは、構造物が持つ固有の振動特性（固有振動数および振動モード）を求める解析手法であり、外力が作用しない自由振動の性質を理解するために用いられます。

特に、非減衰自由振動を仮定した場合、多自由度系は独立した単自由度系の重ね合わせとして表現できる為、複雑な連成振動問題を直交するモード空間に分解することが可能となります。このとき、各振動モードは互いに直交し、独立した運動として扱える為、解析および物理的解釈が大幅に容易になります。各モードには固有モード形状： ϕ と、それに対応するモード質量： m_i およびモード剛性： k_i が定義され、さらに固有振動数： ω_i が導かれます。これにより元の連成運動方程式はモード座標： q_i に関する単純な振動方程式へと変換され、モード毎の応答を個別に評価することが可能となります。また、固有モードは構造全体の変形パターンを示す為、どの部位が支配的に振動するか、どこに応力や変位が集中しやすいかを視覚的に把握できます。

さらに、実務上は低次モードが応答に強く寄与することが多い為、支配的モードに着目することで解析の簡略化や計算効率の向上も図れます。

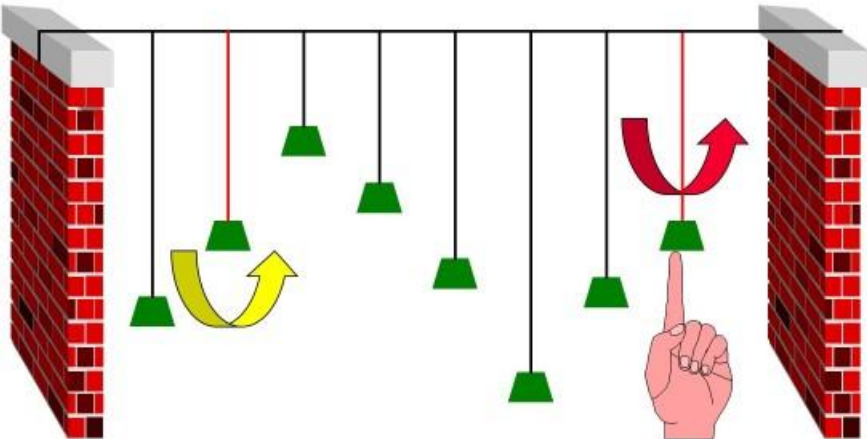
こうした特性により、モーダル解析は共振回避設計や振動低減対策の検討、さらには CAE 解析におけるモデル妥当性評価にも広く活用されます。

つまり、複雑な振動現象を「見える化」し、設計判断へと結び付けるための基盤的かつ実践的な手法と言えます。

2. 固有振動数とは？

固有振動数とは？

共通支持体による弱結合と固有振動数の一致により、振動エネルギーが伝達・共振し、他振り子も振動する。



■振り子の固有振動数
小振幅の場合、振り子の周期は①式になる。

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ --- ①}$$

振り子の同期（共鳴・モード結合）現象

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved.

5

固有値とは、多自由度系において系が外力に依存せず自然に振動する際の「固有振動の特徴量」を表す値であり、特に振動問題では固有振動数（またはその二乗）として現れます。図に示すような複数の振り子が共通の支持体に取り付けられた系では、各振り子は独立しているように見えても、支持体を通じて弱く連成しています。このような弱連成系では、個々の要素の性質だけではなく、系全体としての力のやり取りが振動特性を決定する点が重要になります。

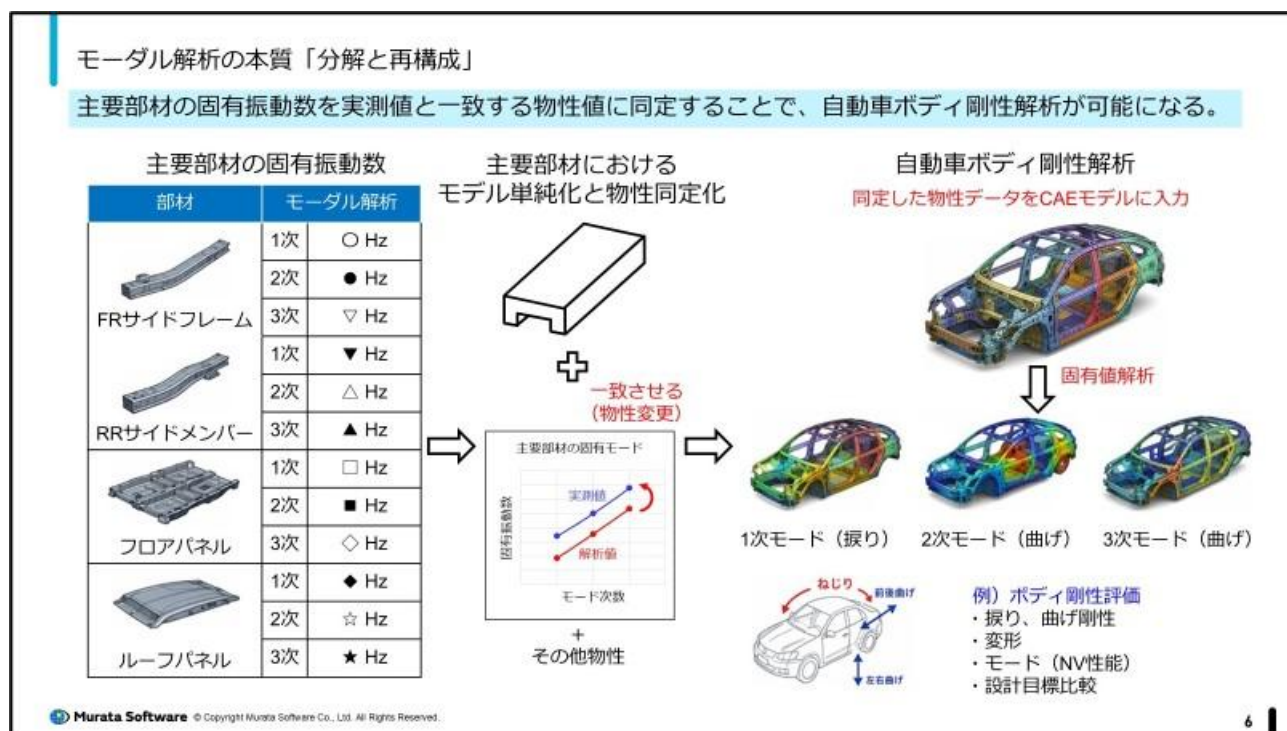
このとき系全体には複数の固有振動モードが存在し、それぞれに対応する固有値が定まります。固有値は「その系がどの速さ（周期や周波数）で振動しやすいか」を示す指標であり、同時に固有ベクトルは「どのような変形・振れ方をするか（モード形状）」を表します。これらは固有値問題として定式化され、質量行列と剛性行列の関係から導かれる為、構造の物理特性を直接反映した量となります。

例えば一つの振り子を振ると、その振動が支持体を通じて他の振り子に伝わりますが、他の振り子の固有振動数が一致している場合、エネルギーが効率よく伝達され共振が生じます。

その結果、同じ長さ・同じ条件の振り子が時間遅れで振れ始め、最終的には同期したような運動を示します。これは固有値に対応する振動数が系の応答を支配する典型例といえます。

このように、外力の周波数と固有値に対応する振動数が一致すると応答が増幅されるという性質は、機械・構造物の設計において非常に重要です。固有値の把握により共振回避や振動低減の指針を得ることができ、CAEによる構造解析や振動評価においても不可欠な基礎概念となります。

3. モーダル解析の本質「分解と再構成」



本図は、自動車ボディの剛性評価において重要となるモーダル解析の一連の流れを示しています。最初に、フロントサイドフレームやセンターピラー、フロアパネル等の主要部材に対してモーダル解析を実施し、それぞれの固有振動数とモード形状を取得します。モーダル解析とは、構造物が固有に持つ振動しやすい周波数とその変形形状を把握する手法であり、部材ごとの剛性や質量分布の違いを反映した振動特性を定量的に評価することができます。これにより、どの部材が特定の周波数帯で支配的な挙動を示すかを把握することが可能となります。

次に、取得した固有振動数を単純化した解析モデルの結果と比較し、ヤング率や板厚、密度等の物性値を調整して一致させ、実測に整合した材料特性を同定します。この同定プロセスは、解析モデルと実機との乖離を埋めるための重要な工程であり、モデル精度の向上に直結します。また、部材単位で特性を揃えることで、全体モデルに組み込んだ際の予測精度も高まります。

最後に、同定した物性データをボディ全体のFEモデルに反映し、固有値解析を実施することで、車体全体のモード形状と固有振動数を算出します。これにより、振りや曲げといったグローバルな変形モードを把握し、ボディ剛性の指標として評価することができます。さらに、特定モードにおける変形集中部位を確認することで、補強構造の追加や板厚変更といった設計改善にもつなげることが可能となります。

このように、モーダル解析は部材レベルから全体構造へと「分解と再構成」を行うことで、設計の妥当性を高精度に評価するための基盤技術になります。

4. 共振振動による事故事例

共振振動による事故事例

共振振動により、電車の脱線事故やヘリコプターの落下事故等が起こることがある。



日暮里・舎人ライナー

出典：[z01.jpg \(500×289\)](#)



ヘリコプター「アグスタA109E」

出典：[Exclusive Aircraft A109 Elite_0.jpg \(638×466\)](#)

共振振動が実機構造に与える影響とその危険性について、事故事例を通じて示します。

共振振動とは、外部から加わる励振の周波数が構造物の固有振動数と一致したときに振幅が著しく増大する現象であり、通常時には問題とならない小さな入力でも、構造に大きな変位や応力を発生させる可能性があります。

左図の日暮里・舎人ライナーの事例では、構造物と車両の固有振動数が近かった為、地震による高架の揺れが車両の揺れを増幅させた結果、走行安定性が低下し脱線に至ったと考えられます。鉄道車両では、車輪・台車・軌道の相互作用により振動が発生する為、共振振動条件が成立すると短時間で大きな応力・変位が発生し、安全性に重大な影響を与えることがあります。

一方、右図のヘリコプター「アグスタ A109E」の事例では、2025 年 2 月 25 日、オーストラリア・クイーンズランド州のマッカイ沖約 200km の貨物船から離陸しようとしたところ、激しい振動に見舞われ、パイロットは即座にシャットダウンを判断しました。離陸は中止され、機体は直立の状態では停止しましたが、損傷が大きく飛行不能となりました。

オーストラリア運輸安全局（ATSB）の調査報告書では、事故の原因は地上共振の可能性が高いと結論付けています。

このように、共振振動は大きな事故を起こす可能性がある為、設計段階からモーダル解析により固有振動数とモード形状を把握し、共振を回避する構造設計や減衰付与などの対策を行うことが重要であると考えられています。

5. Femtet 解析事例「ファンブラケットの形状・板厚違いによる固有振動数解析比較」

(1) 目的・概要

目的・概要

DCファンのブレード通過周波数（BPF）：175（Hz）に対する共振リスク評価の為、ファンブラケットの固有振動解析を実施する。



DCファン仕様（想定）

120 x 25 mm厚

定格回転速度 N (rpm)	フィン数 z (枚)	圧力衝撃周波数 f (Hz)
1,500	7	175

圧力衝撃周波数計算式

$$f = m(z \cdot N / 60) \quad m: \text{整数}$$

★一般的に $m = 1$ の周波数が見えやすいため、 $f = 175$ (Hz) とする。

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved.

9

本解析では、DCファンの回転により発生するブレード通過周波数（Blade Passing frequency：BPF）：175（Hz）を励振源とし、ファンブラケット固有振動数との共振リスクを評価します。

BPFは回転数1500（rpm）、羽根枚数7（枚）により、 $f = m(z \cdot N / 60)$ から175（Hz）と算出されます。この周波数に対してブラケットの固有振動数が一致または近接すると共振が発生し、振動増幅や騒音、耐久性低下の原因となる可能性があります。

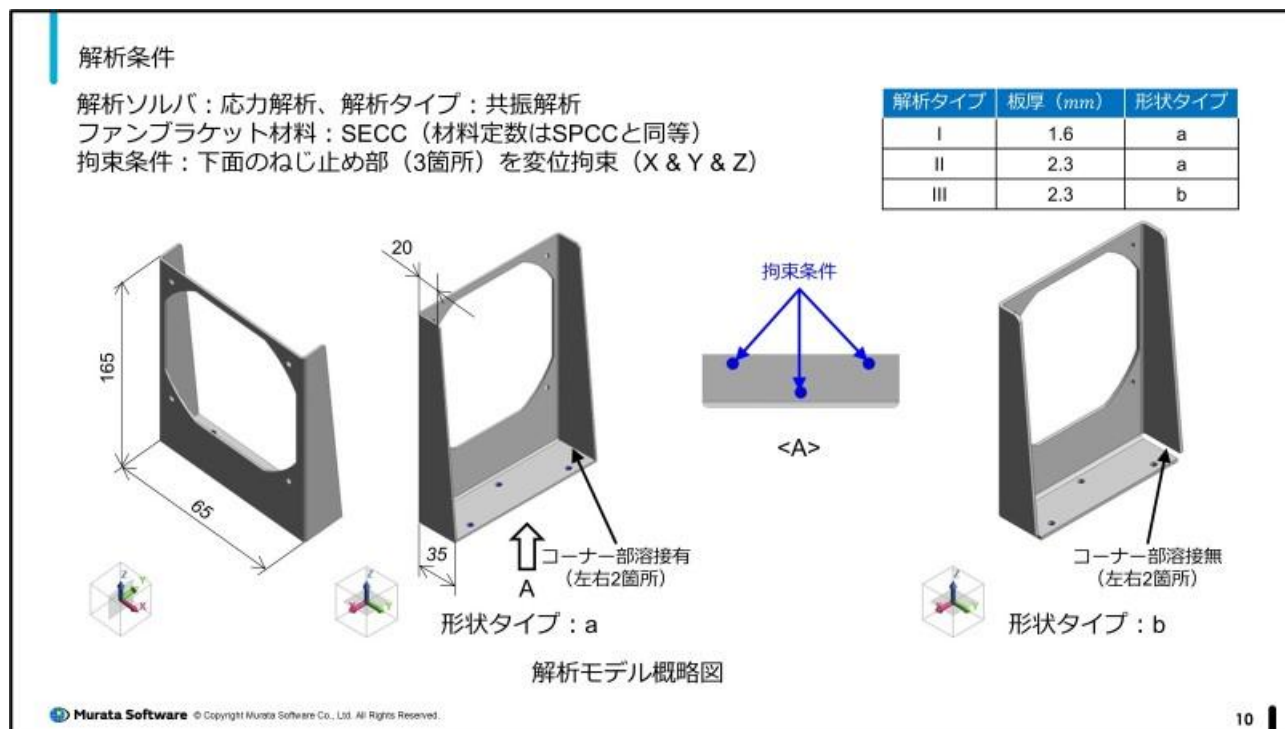
そこで、Femtetを用いた固有振動数解析により、ファンブラケット単体の固有振動数および振動モードを把握します。解析では、板厚および形状の異なる3種類のブラケットモデルを対象とし、夫々の固有振動数を比較することで、BPF：175（Hz）との離隔度に着目した評価を行います。また、単に固有振動数の一致を避けるだけでなく、変位モード形状にも着目し、実際の加振方向（主に面外曲げおよび面内変形）に対して影響を受けやすいモードの有無を確認します。

本検討により、共振リスクの低い板厚および形状仕様を明確にすることで、振動トラブルを未然に防止できる設計指針を得ることができます。特に、BPF近傍に固有振動数を持たない構造とすることに加え、局所的な剛性不足による低次モードの発生を抑制することが重要です。

本解析結果を基に、実機設計におけるブラケットの最適構造が検討可能となります。

6. Femtet 解析事例「ファンブラケットの形状・板厚違いによる固有振動数解析比較」

(2) 解析条件



解析ソルバ：応力解析、解析タイプ：共振解析を選択し、対象構造の固有振動特性を把握します。材料には **SECC**（物性値：**SPCC** 相当）を採用しています。境界条件として、下部のねじ止め部位 3 箇所に対して **X・Y・Z** 各方向を変位拘束することで、実機における取り付け状態に近い支持条件を再現して、モデルと実機との剛性や拘束状態の差を低減させ、より現実に即した解析結果の取得を図っています。

解析モデルは、板厚（**1.6 mm** および **2.3 mm**）と形状タイプ（**a**、**b**）の組み合わせにより複数条件を設定し、これらの構造的な違いが振動特性に及ぼす影響を評価します。特に、コーナー部の溶接有無といった形状差異が剛性分布に与える影響を比較することで、共振特性変化を明確にします。共振解析では外力を与えず、構造の質量および剛性からなる固有値問題を解くことで固有振動数を算出します。同時に、各振動モードにおける変位分布（モード形状）も取得することができます。固有振動数は共振発生の重要な指標であり、使用環境下の励振周波数と一致すると振幅が増大し、振動起因の不具合を引き起こす要因となります。そのため、設計段階での把握が極めて重要です。さらに、変位モードの分布からは振動しやすい部位や変形の集中箇所を特定することができる為、局所的な剛性不足の把握や補強検討に有効となります。これらの解析結果を基に、板厚変更や形状最適化による固有振動数のシフトを図ることで、共振回避および振動低減設計の妥当性を評価することが可能となります。

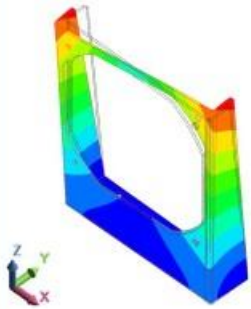
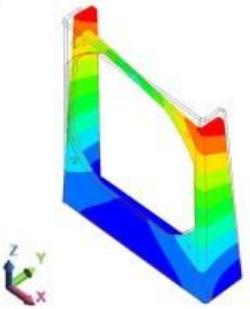
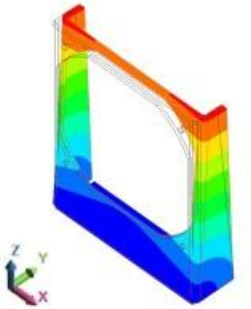
7. Femtet 解析事例「ファンブラケットの形状・板厚違いによる固有振動数解析比較」

(3) 変位モード・固有振動数の比較

変位モード・固有振動数比較

解析タイプ：I & IIの(1次)変位モードは「振れモード」、解析タイプ：IIIは「曲げモード」(Y方向)になることが分かる。そして、解析タイプ：IIの固有振動数は、ファンの圧力衝撃周波数とほぼ一致することから、共振する可能性が高いと考えられる。

ファンブラケットの変位モードと固有振動数

解析タイプ	I	II	III
変位モード (コンター図)			
固有振動数	1次：124Hz、2次：186Hz	1次：174Hz、2次：258Hz	1次：103Hz、2次：125Hz

Murata Software © Copyright Murata Software Co., Ltd. All Rights Reserved.

11

ファンブラケットの共振特性を把握するため、各解析タイプにおける1次固有振動数および変位モードの比較評価を実施しています。その結果、解析タイプIおよびIIでは、いずれも構造全体が振れる「振れモード」が支配的であり、特に側板上部を中心として、大きな変位が発生していることが確認されました。これは左右の側板が相互に逆位相で変形することで、全体として振れ変形が卓越する挙動を示しているものです。

一方、解析タイプIIIでは、Y方向への「曲げモード」が支配的となり、IおよびIIとは異なる変形様式を示しています。この場合、構造全体が一方向に撓むような挙動となり、変位分布の傾向も大きく変化していることが分かります。これより、コーナー部の構造や板厚条件の違いが、モード形状そのものに大きく影響を及ぼすことが明確になりました。

固有振動数に着目すると、解析タイプIは124 (H_z)、IIは174 (H_z)、IIIは103 (H_z) となっており、IIが最も高い固有振動数を示しています。これは剛性が最も高い状態であることを意味しています。しかしながら、IIの固有振動数はファンによる圧力変動に起因する励振周波数とほぼ一致している為、共振が発生するリスクが高いと考えられます。これに対し、IIIは励振周波数との一致はありませんが、最も低い固有振動数である為、低周波域における振動増幅に対する注意が必要となります。

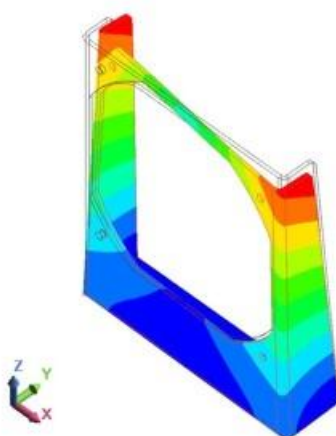
以上から、解析3タイプの中では、Iが相対的に適切な設計といえます。

8. Femtet 解析事例「ファンブラケットの形状・板厚違いによる固有振動数解析比較」

(4) 結論

結論

解析結果より、解析タイプ：Ⅰが最も適切な設計と判断できる。更なる最適化を検討した結果、板厚2.0 mmでは1次固有振動数が153 H_z となり、解析タイプ：Ⅰより剛性が高く、励振周波数から適度に離れている点で、最もバランスに優れ、共振回避に有効な設計案であると結論づけられます。



ファンブラケット (t2.0) の変位モード

DCファン仕様 (想定)
120 x 25 mm厚

定格回転速度 N (rpm)	フィン数 z (枚)	圧力衝撃周波数 f (H_z)
1,500	7	175

ファンブラケット板厚違いによる固有振動数比較
(形状タイプ：a ----溶接有)

解析タイプ	板厚 (mm)	(1次) 固有振動数	(2次) 固有振動数
I	1.6	124	186
New	2.0	153	228
II	2.3	174	258

最後に、固有振動特性を考慮したファンブラケットの板厚最適化の結果をもって、結論とします。対象となるファンは回転数：1500 (rpm)、フィン数：7 (枚)である為、ブレード通過周波数は約 175 (H_z) となり、この周波数近傍に固有振動数を有する構造は共振のリスクが高くなります。解析結果より、構造剛性は「解析タイプⅢ<Ⅰ<Ⅱ」の順で高く、板厚やコーナー構造の違いが振動特性に影響していることが確認されました。

一方で、解析タイプⅡは1次固有振動数が 174 (H_z) と励振周波数に非常に近く、最も共振が発生しやすい条件です。これに対し、解析タイプⅢは固有振動数が低く、低周波域での振動増幅に注意が必要となります。以上より、3タイプの中では解析タイプⅠが剛性と周波数のバランスに優れ、相対的に適切な設計と評価できます。

ここで、最適化検討として板厚を 2.0 mmにしたところ、1次固有振動数は 153 (H_z) となり、励振周波数 175 (H_z) から十分に離隔することが確認されました。このため、過度な共振一致を回避しつつ必要な剛性を確保できる設計ということが出来ます。

以上より、本条件下におけるファンブラケットの板厚は 2.0 mmが振動特性と共振回避の両面で有効な設計案と結論づけられます。但し、本検討は固有振動数解析による共振リスク評価であり、減衰特性や実際の加振条件による応答振幅は考慮していません。より詳細な評価には周波数応答解析や過渡応答解析を実施し、実機試験による妥当性確認を行うことを推奨します。



ムラタソフトウェア株式会社

muRata

無料トライアルは弊社のホームページからお申込みいただけます。

<https://www.muratasoftware.com/trial/starter/>